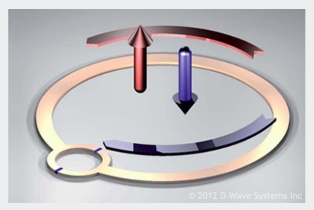
# Lösungsstrategie

Unsere Idee ist es, das Blumenbeet-Problem (nachfolgend „Problem“ genannt) so darzustellen, dass es von einem adiabatischen Quantencomputer (auch Quantum-Annealer) gelöst werden kann. Voraussetzung dafür ist es, dass das Problem ein Optimierungsproblem ist, dass mit 0 und 1 dargestellt werden kann. Der Quantum-Annealer erwartet als Eingabe eine Hamilton-Matrix (nachfolgend erklärt), die das Problem repräsentiert. Um diese Matrix zu erhalten muss man das Problem zuerst mit 0 und 1 darstellen können, um dann die Mtrix zu formulieren. Abschließend haben wir das Problem auf herkömmlichen PC’s mittels simulated Annealing, sowie auf dem Digital Annealer von Fujitsu, als auch auf einem echten Quantencomputer gelöst

# Funktionsweise eines adiabatischen Quantencomputers

## Quantenbit auf einem Quantencomputer

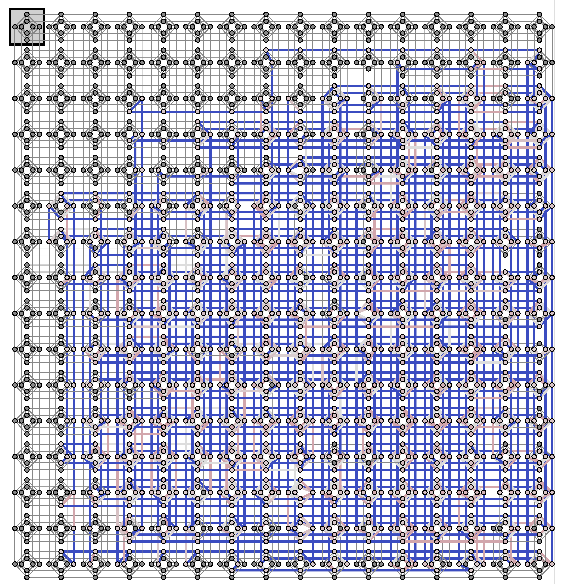
Quantencomputer rechnen - anders als herkömmliche Computer - nicht mit normalen Bits, sondern mit Quantenbits, kurz „Qubits“. Im Gegensatz zu klassischen Bits können sich Qubits in einer Überlagerung der Werte 0 und 1 (quantenmechanisch: Superposition) befinden. Erst beim Auslesen des Zustands nimmt es einen der beiden Zustände mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit an. Diese Wahrscheinlichkeit kann durch Coupler beeinflusst werden.

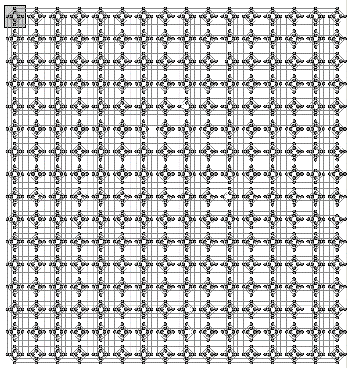


*Qubit auf einem D-Wave*

Qubits stellen einen Wert nicht wie Bits mit Transistoren durch Strom an oder aus dar, sondern durch den Spin (Drehrichtung) eines Elektrons, oder wie bei dem von uns verwendeten Rechner von D-Wave, durch die Flussrichtung des Stroms in einem supraleitenden Ring (siehe Abbildung rechts). Die Superposition entspricht also dem Fluss des Stroms in beide Richtungen.

## Chimera-Graph

Der sogenannte Chimera-Graph beschreibt die Verbindungen aller physikalischen Qubits auf einem D-Wave-Quanten-Annealer. Er zeigt alle aktuell aktiven Qubits (Ausfälle einzelner Qubits sind möglich) und deren Verbindungsmöglichkeiten zu anderen Qubits.



*Chimera Graph und Embedding*

Qubits können entweder mit dem Gleichheits- oder dem Ungleichheitscoupler gekoppelt werden. Wenn zwei Qubits mit einem Gleichheitscoupler gekoppelt sind, nehmen sie bei einer Messung zu einer hohen Wahrscheinlichkeit den gleichen Wert an. Beim Ungleichheitscoupler nehmen sie entgegengesetzte Werte an (also 1 und 0 oder 0 und 1). Die Kombination mehrerer gekoppelter Qubits nennt man Embedding. Das Embedding basiert auf der sog. Hamilton-Matrix.

## Hamilton-Matrix und Energieberechnung

Der Hamiltonian bildet die Basis für die Koppelung der Qubits auf dem Chimera-Graphen. Er bildet - in Form einer Matrix - ab, welche Kombination der Zustände zweier Qubits bestraft oder belohnt werden soll. Wenn man also nicht möchte, dass zwei Felder besetzt sind (z.B. die Felder a und b) trägt man an der Position (a|b) der Matrix den Wert 1 an. Wenn dann zwei Damen auf diese beiden Felder gesetzt werden, bestraft der Hamiltonian dies mit 1. Alle diese „Strafen“ oder auch „Fehler“ entsprechen zusammen der Energie, die bei einer optimalen Lösung minimal sein muss.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | a | b | c | d |
| a | 0 | 1 | 0 | 0 |
| b | 0 | 0 | 0 | 0 |
| c | 0 | 0 | 0 | 0 |
| d | 0 | 0 | 0 | 0 |

|  |  |
| --- | --- |
| a | b |
| c | d |

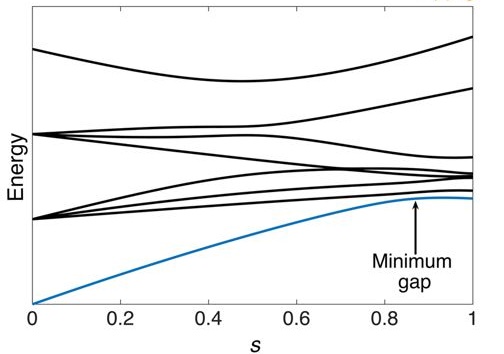
*Beispiel für eine Hamiltonian-Matrix*

Diese Energie wird auf Basis der Hamiltonian-Matrix H und eines Vektors berechnet, in dem die Werte der Qubits angetragen sind.

Die Schwierigkeit ist es also, für das Problem eine Hamiltonmatrix zu finden, die für die optimale Lösung die niedrigste Energie liefert.

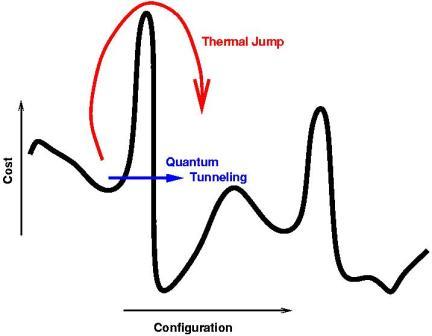
## Quantum Annealing

Ein Durchlauf eines Quantum-Annealing-Programms beginnt damit, dass mittels des Initial-Hamiltonian alle Qubits in Superposition „gesetzt“ werden. Dann wird der eigentliche problemspezifische Hamiltonian langsam „eingeblendet



*Minimum Gap in Zeit-Energie-Diagramm*

In der Grafik rechts sieht man (blau) den besten Energiezustand zu jedem Zeitpunkt des Annealing-Vorgangs. An der Stelle der Minimum Gap ist die Wahrscheinlichkeit, in einen schlechteren Zustand zu rutschen am größten. Je größer die Minimum Gap, desto leichter lässt sich das Problem mit einem Quantencomputer lösen.



*Tunneling in einer Energielandschaft*

Durch quantenmechanische Gesetzmäßigkeiten ist es außerdem möglich, beim unendlich langsamen Übergang vom einen in den anderen Hamiltonian alle Erhebungen in der Energielandschaft zu tunneln (siehe Grafik rechts). In der Theorie kann man durch unendlich langsamen Übergang zwischen beiden Hamiltonians immer das beste Ergebnis erzielen. In der Praxis reichen allerdings oft zweistellige Mikrosekundenbeträge, um zu einem Ergebnis zu kommen. Da Quantum-Annealer aber oft keine perfekte Lösung (globales Minimum), sondern nur eine gute Lösung (lokales Minimum) finden, lässt man das gleiche Problem üblicherweise ca. 10.000-mal nacheinander mit den gleichen Parametern berechnen. Abschließend soll erwähnt sein, dass die Anzahl richtiger Ergebnisse pro 10.000 Durchläufe sehr stark schwankt, da der Quantencomputer nicht immer im besten Energiezustand endet. Quantencomputer können allerdings bisher nur sehr kompakt formulierbare Probleme lösen.

## Von der Kostenfunktion bis zum Output

Nachdem ein Problem in eine Kostenfunktion verpackt wurde, wird diese an die Oceans-SDK von D-Wave weitergegeben, die das Embedding setzt. Das Embedding wird dann gemeinsam mit Parametern wie Durchlaufdauer und Anzahl der Durchläufe an den Server in Vancouver gesendet, der den Annealvorgang steuert. Nach Ende jeden Rechenvorgangs werden die Werte aller Qubits gemessen. Die Messwerte werden am Ende aller Anneals gesammelt zurückgeschickt und von unserem Programm problemspezifisch dekodiert.

# Formulieren der Hamilton-Matrix

## Umformulieren des Problems